

ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ - ΜΕΛΕΤΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ

[Π. Μουρούζης, Γ. Παλής, Κ. Παπαμιχάλης, Γ. Τουντουλίδης, Ε. Τσιτοπούλου, Ι. Χριστακόπουλος]

Για τον καθηγητή

Στόχοι:

Με τη βοήθεια των γραφικών παραστάσεων των ταλαντώσεων μέσω του ΣΣΛ-Α και για διαφορετικές μάζες, ο μαθητής αποκτά δεξιότητες με το:

- Να επεξεργάζεται τα εργαστηριακά αποτελέσματα και να σχεδιάζει διαγράμματα.
- Να μετράει τη περίοδο και να επιβεβαιώνει ότι αυτή αυξάνεται με την μάζα του σώματος.
- να επιβεβαιώνει ότι η ασκούμενη δύναμη από το ελατήριο στο σώμα είναι ανάλογη της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του.
- να υπολογίζει την σταθερά του ελατηρίου.

Εισαγωγικές γνώσεις:

Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι μια ειδική περίπτωση γραμμικής ταλάντωσης στην οποία η απομάκρυνση x του σώματος από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση $x \equiv A \cdot \eta\mu\omega t$ όπου A το πλάτος της ταλάντωσης και ω η **γωνιακή συχνότητα**. Για την παραγωγή της γ.α.τ. πρέπει να ισχύει η σχέση $F \equiv -F_0 \cdot \eta\mu\omega t$ όπου F η συνολική δύναμη που δέχεται το σώμα και είναι υπεύθυνη για την επιτάχυνση του και ονομάζεται **δύναμη επαναφοράς**. Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι $F \equiv -D \cdot x$. Η σταθερά αναλογίας D καλείται **σταθερά επαναφοράς**, εξαρτάται από τη μάζα του σώματος και δίνεται από τη σχέση $D = m\omega^2$. Από τη σχέση αυτή βρίσκεται η περίοδος της ταλάντωσης ίση με $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$. Υψώνοντας τη σχέση αυτή στο τετράγωνο προκύπτει:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{D} m$$

δηλαδή η περίοδος στο τετράγωνο είναι ανάλογη της μάζας του σώματος. Αν για διάφορες τιμές μάζων μετρήσουμε πειραματικά τις περιόδους, από την κλίση της γραφικής παράστασης $T^2 \equiv f(m)$ μπορούμε να υπολογίσουμε την σταθερά D .

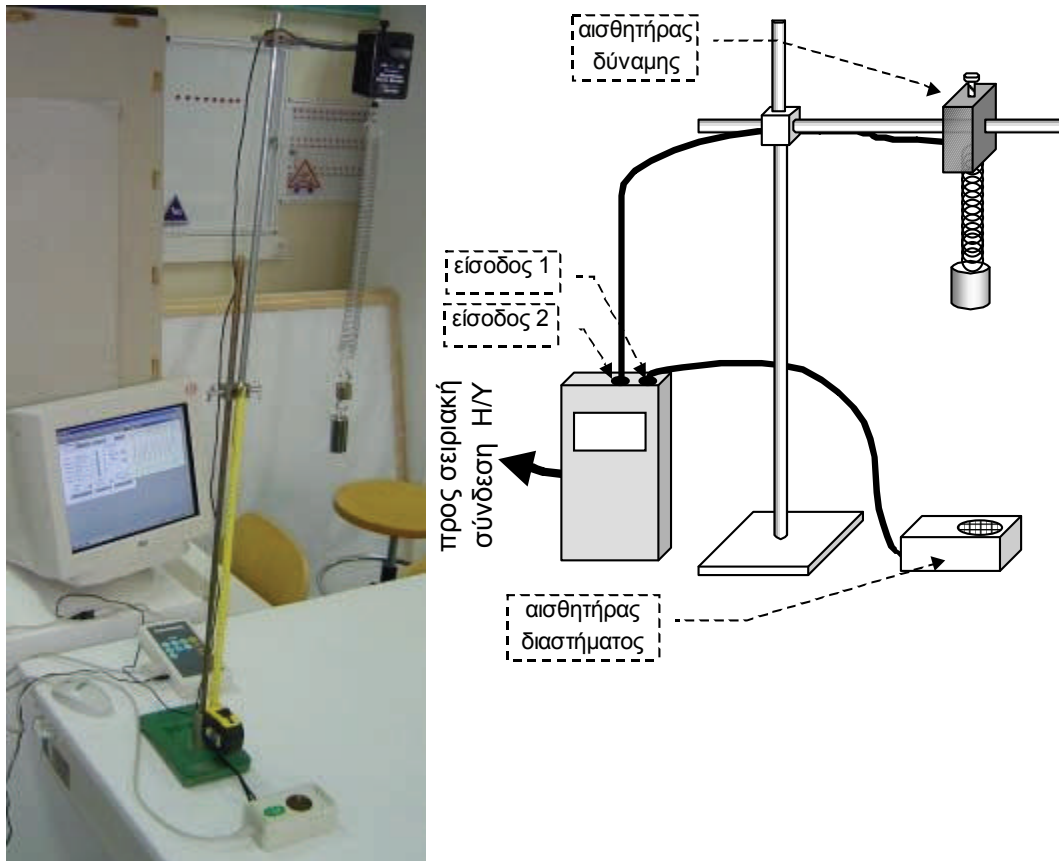
Απαραίτητα όργανα και συσκευές:

1. Σύστημα Συγχρονικής Λήψης – Απεικόνιση αποτελούμενη από: **κατάλογος οργάνων**
 - την κεντρική μονάδα(HDL) ΛΑ.610.0
 - τον αισθητήρα κίνησης ΛΑ.625.0
 - τον αισθητήρα δύναμης $\pm 10\text{N}$ ΛΑ.620.0
2. ηλεκτρονικός υπολογιστής ΛΑ 500.0
3. εκτυπωτής ΛΑ 540.0
4. βιντεοπροβολέας ΛΑ40X.0
5. βάση στήριξης ΓΕ 010.0
6. ράβδος μεταλλική 0,80m ΓΕ 030.3
7. ράβδος μεταλλική 0,30m ΓΕ 030.1
8. 2 σύνδεσμοι απλοί ΓΕ 020.0
9. ελατήριο σταθεράς της τάξης των 7-11 N/m ΜΣ 020.0
10. κυλινδρικές μάζες 50, 100, 150,200 g ΓΕ 100.3

Πειραματική διαδικασία:

1. Πραγματοποιούμε τη διάταξη της εικόνας 1. Επιλέγουμε κυλινδρική μάζα 50 g και την τοποθετούμε σε ύψος 60 cm περίπου επάνω από τον αισθητήρα της απόστασης.

Συνδέουμε τον αισθητήρα της απόστασης με την είσοδο I/O-1 του καταγραφέα δεδομένων – Multi-Log. Επίσης τον αισθητήρα της δύναμης με την είσοδο I/O-2



Εικόνα 1

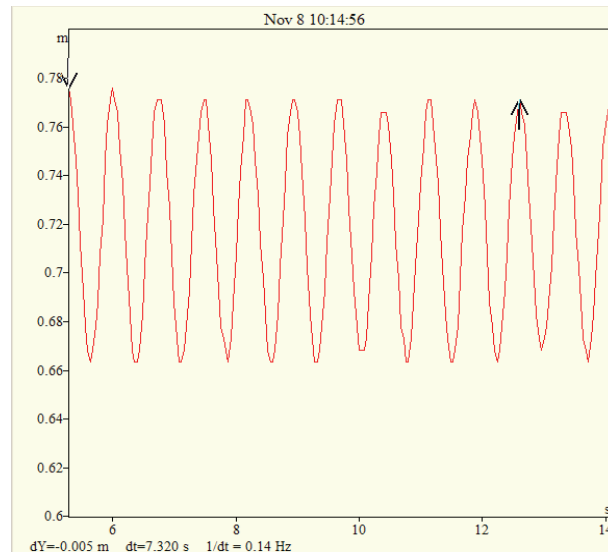
2. Συνδέουμε τον MultiLog σε σειριακή θύρα του Η/Υ, στον οποίο έχουμε ήδη εγκαταστήσει το λογισμικό DB-Lab.
3. Ανοίγουμε το MultiLog (θέση on) και ακολουθούμε την διαδικασία στην οθόνη του υπολογιστή:
 - A) Ανοίγουμε το λογισμικό DB-Lab. Στην οθόνη επιλέγουμε το μενού «Καταγραφέας»
 - B) Ανοίγουμε το παράθυρο «Πίνακας Ελέγχου» και στην «είσοδο 1» επιλέγουμε το «Διάστημα». Οι άλλες εισόδους παραμένουν «κενές».
 - Γ) Επιλέγουμε 500 «σημεία» και «ρυθμό» 25/s ώστε ο συνολικός χρόνος καταγραφής του φαινομένου να είναι 20 s (εικόνα 2) .
4. Με το ταλαντούμενο σύστημα στη θέση ισορροπίας ενεργοποιούμε τη «λήψη δεδομένων» και καταγράφουμε την ακριβή απόσταση y_0 του αισθητήρα από την επιφάνεια του ταλαντωτή. Αν ο αισθητήρας δεν δίνει αξιόπιστη τιμή, τον μετακινούμε λίγο ώστε να στοχεύει καλύτερα την μάζα και επαναλαμβάνουμε την μέτρηση.



Εικόνα 2

5. Θέτουμε τον ταλαντωτή σε ταλάντωση πλάτους περίπου (5-10) cm και μετά από μερικές ταλαντώσεις (έτσι ώστε να σταματήσουν οι οριζόντιες δονήσεις και η ταλάντωση του συστήματος να γίνει κανονική) ενεργοποιούμε τη «λήψη δεδομένων». Στην οθόνη παρατηρούμε να εξελίσσεται η ταλάντωση (εικόνα 3)

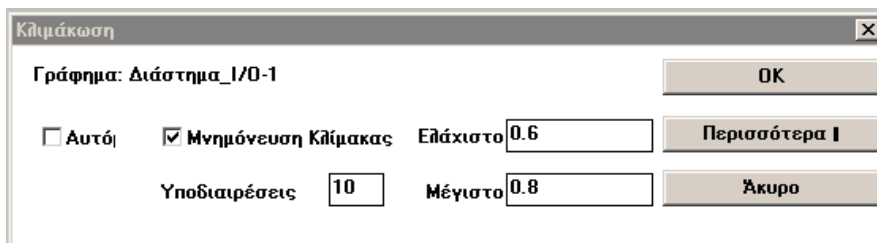
6. Υπολογίζουμε τη περίοδο T_1 της ταλάντωσης. Για μεγαλύτερη ακρίβεια στον υπολογισμό μετράμε το χρόνο 10 διαδοχικών μέγιστων. Ο καθορισμός τους γίνεται με την τοποθέτηση του κέρσορα πρώτα σε μια κορυφή της ταλάντωσης και με διπλό αριστερό κλικ του ποντικιού εμ-



Εικόνα 3

φανίζεται το βέλος το οποίο μεταφέρουμε πατώντας συνεχώς επάνω του με αριστερό κλικ. Επαναλαμβάνουμε το ίδιο στην δέκατη διαδοχική περίοδο με δεύτερο βέλος, όπως φαίνεται στην εικόνα 3. Ο χρόνος Δt που εμφανίζεται στο κάτω μέρος της οθόνης μετρά το χρόνο 10 περιόδων. Καταγράφουμε τις μετρήσεις στο πίνακα Α. Εάν οι υποδιαιρέσεις της κλίμακας της απομάκρυνσης δεν επαρκούν, από το μενού «προβολή» επιλέγουμε «κλιμάκωση». Στο παράθυρο που ανοίγει (εικόνα 4) τον επιθυμητό αριθμό υποδιαιρέσεων, το μέγιστο και ελάχιστο όριο της κλίμακας και τσεκάρουμε τη μνημόνευση της κλίμακας.

7. Τοποθετούμε μάζα 100g και επαναλαμβάνουμε την ταλάντωση. Υπολογίζουμε τη νέα περίοδο T_2 και την καταγράφουμε στον πίνακα Α. Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία με μάζες 200 και 250g.

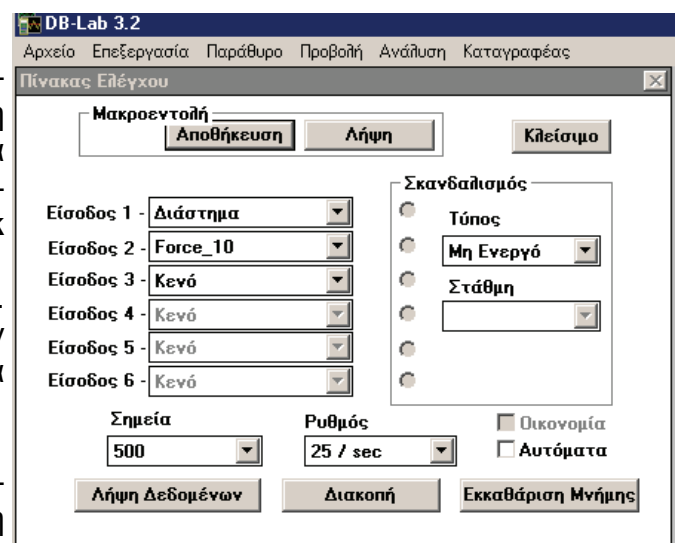


Εικόνα 4

8. Επεξεργαζόμαστε τα αποτελέσματα και τα καταγράφουμε στον πίνακα Α. Από την κλίση της γραφικής παράστασης $T^2 = f(m)$ η οποία πρέπει να είναι ευθεία που περνά από την αρχή των αξόνων, υπολογίζουμε την σταθερά k του ελατηρίου.

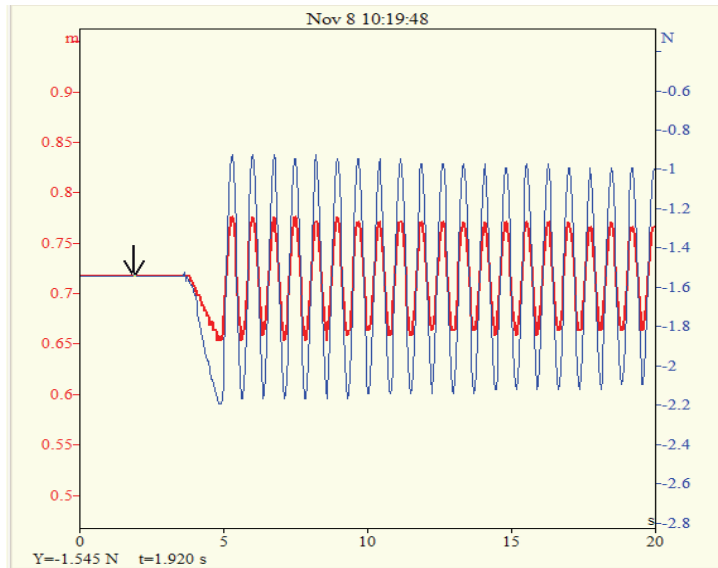
9. Ενεργοποιούμε τον αισθητήρα της δύναμης. Από το παράθυρο «Πίνακας Ελέγχου», στην «είσοδο 2» επιλέγουμε τη "Force 10" (εικόνα 5). Ο ρυθμός και τα σημεία παραμένουν τα ίδια.

10. Με μάζα 150g και με το ταλαντούμενο σύστημα στη θέση ισορροπίας ενεργοποιούμε τη «λήψη δεδομένων» και καταγράφουμε την ακριβή απόσταση y_0 του ταλαντωτή από



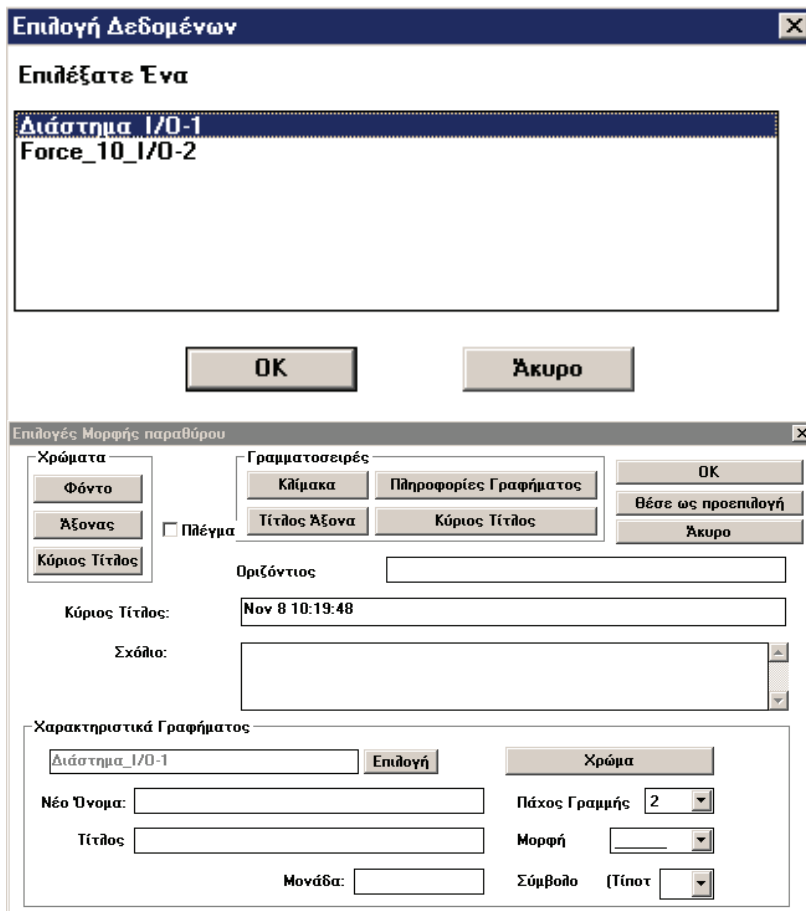
Εικόνα 5

τον αισθητήρα της απόστασης καθώς και την δύναμη του ελατηρίου F_0 στη θέση ισορροπίας. Θέτουμε τον ταλαντωτή σε ταλάντωση πλάτους περίπου 5-10 cm. Ενεργοποιούμε τη «λήψη δεδομένων». Στην οθόνη παρατηρούμε να εξελίσσεται η ταλάντωση (εικόνα 6). Στη ταλάντωση αυτή η F_0 είναι 1,545N (βάρους κυλίνδρου και ελατηρίου) και y_0 είναι 0,717cm. Επειδή οι δύο καμπύλες συμπίπτουν δεν είναι εύκολο να ξεχωρίσουν. Μπορούμε να αυξήσουμε το πάχος της μίας από το μενού «προβολή» και από το παράθυρο «οθόνη» (εικόνα



Εικόνα 6

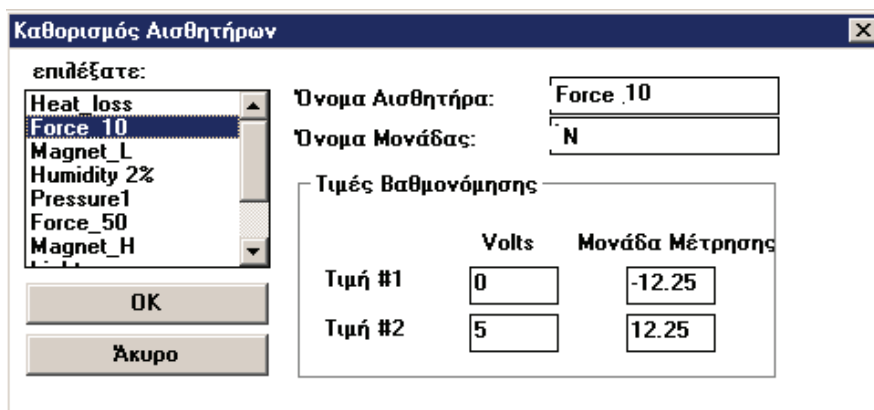
7). Πατώντας στην «επιλογή δεδομένων» και από το νέο παράθυρο που ανοίγει επιλέγουμε έστω το «διάστημα» και από το «πάχος γραμμής» επιλέγουμε έστω το 2 ή 3 και πατάμε OK. Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε αλλάζουμε χρώμα και μορφή της παράστασης, όπως επίσης προσθέτουμε «πλέγμα» στην επιφάνεια, το οποίο διευκολύνει τις μετρήσεις των μαθητών. Αν επιλέξουμε 11 με 12 περιόδους, τις μαρκάρουμε με τα βέλη και από το μενού «προβολή»



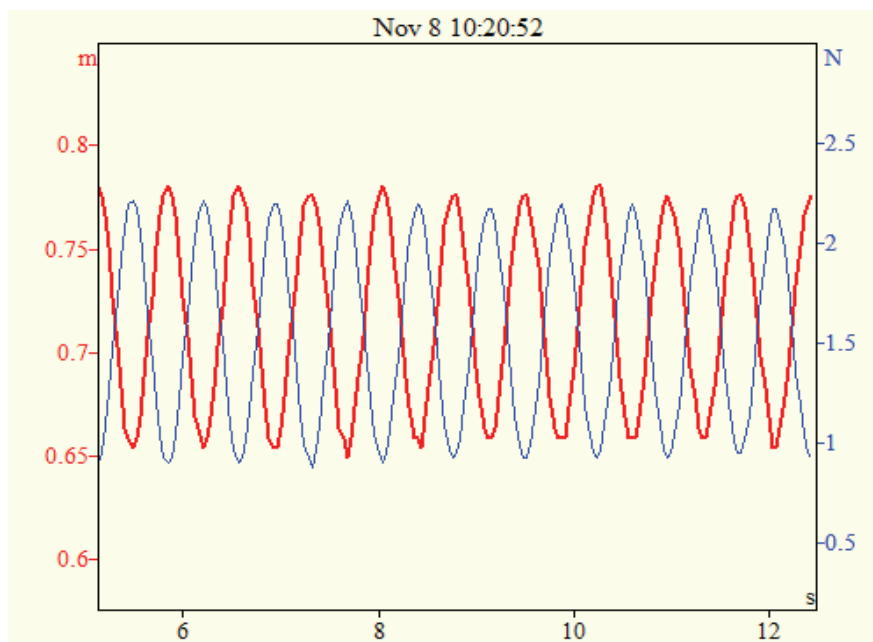
Εικόνα 7

επιλέξουμε το «zoom in» παίρνουμε την εικόνα της **σελίδας 8**. Την επεξεργασμένη αυτή μορφή της ταλάντωσης της εικόνας 6, εκτυπώνουμε και μοιράζουμε στους μαθητές για μελέτη και εξαγωγή συμπερασμάτων *πως από τη δύναμη που μετρά ο αισθητήρας και την απόσταση του ταλαντωτή από τον αισθητήρα του διαστήματος, μεταβαίνουμε στη δύναμη της ταλάντωσης σε σχέση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας $F = -f(y)$.*

11. Επιλέγουμε περίπου 11 με 12 περιόδους, τις μαρκάρουμε με τα βέλη και από το μενού

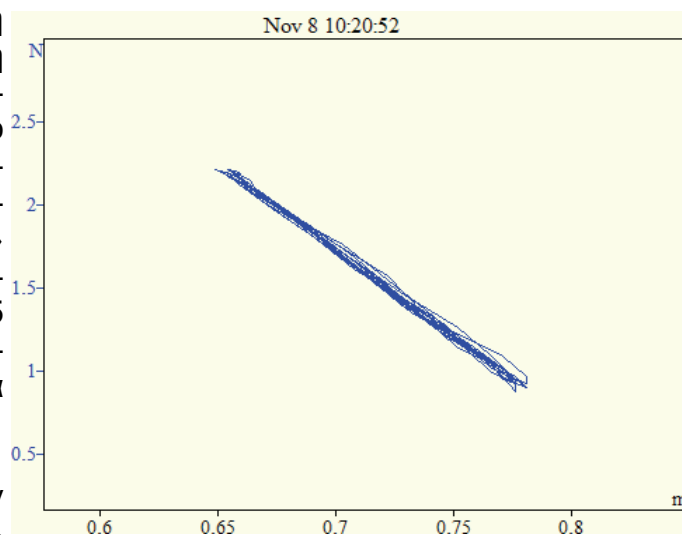


Εικόνα 8



Εικόνα 9

«προβολή» επιλέγουμε το «zoom in». Επειδή η δύναμη του ελατηρίου και η απομάκρυνση είναι συμφασικά μεγέθη, έχουμε τη δυνατότητα να τα εμφανίσουμε με αντίθετη φάση. Από το μενού «καταγραφείας» ανοίγουμε το τελευταίο παράθυρο «καθορισμός νέων αισθητήρων», επιλέγουμε τον αισθητήρα «Force 10» και αλλάζουμε τα πρόσημα στη μονάδα μέτρησης. Δηλαδή στην τιμή 1 το -12.25 γίνεται 12.25 και στη τιμή 2 κάνουμε το αντίθετο. (εικόνα 8). Η $F=f(t)$ και η $y=f(t)$ είναι τώρα σε αντίθετη φάση (εικόνα 9)



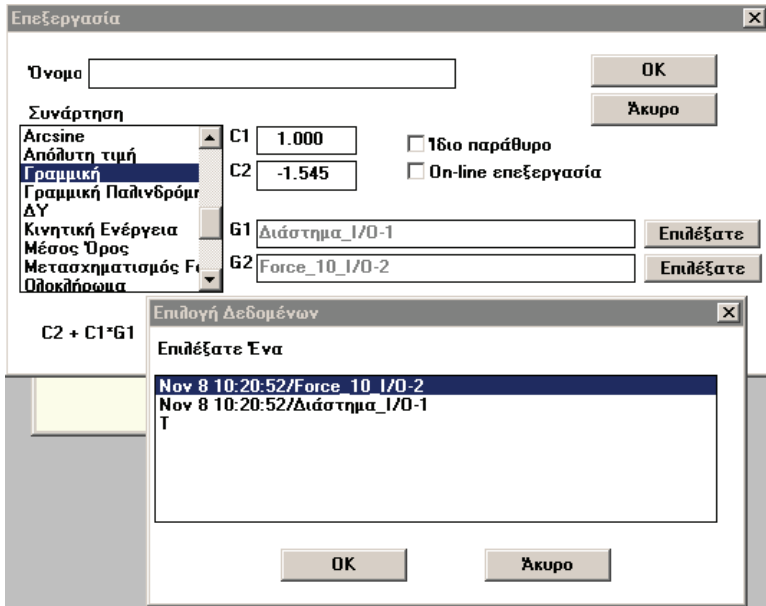
Εικόνα 10

12. Από το μενού «προβολή» επιλέγοντας την «απεικόνιση $Y(X) \rightarrow$ προκαθορισμένη» παίρνουμε τη σχέση της δύναμης του ελατηρίου

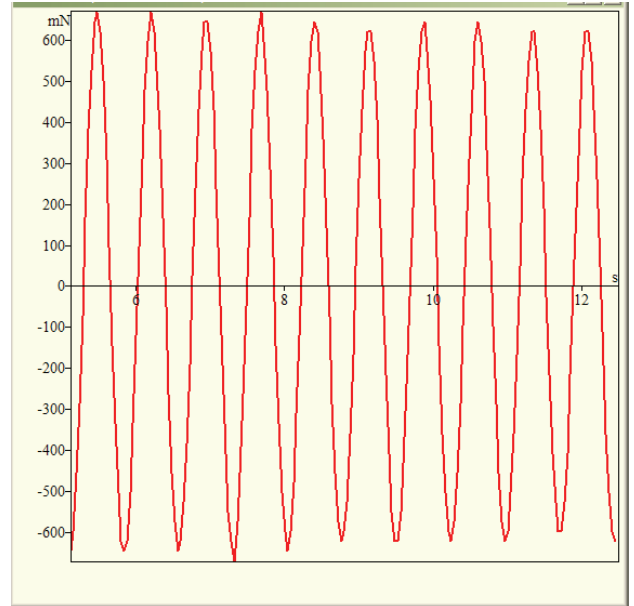
με την απομάκρυνση από τον αισθητήρα (εικόνα 10). Η σχέση τους είναι γραμμική, όμως η ευθεία δεν περνά από την αρχή των αξόνων.

Αυτό μπορούμε να το πραγματοποιήσουμε ως εξής: Από την δύναμη του ελατηρίου μπορούμε να πάρουμε τη δύναμη της ταλάντωσης αν αφαιρέσουμε το συνολικό βάρος του σώματος και του ελατηρίου. Αυτό είναι ίσο με την ένδειξη του αισθητήρα της δύναμης στη θέση ισορροπίας (στην εικόνα 6 είναι 1.545).

Από το μενού «ανάλυση» και το παράθυρο «περισσότερα» επιλέγουμε τη συνάρτηση «γραμμική». Στη G1 επιλέγουμε τη Force 10 και στην C2 βάζουμε την αντίθετη τιμή της



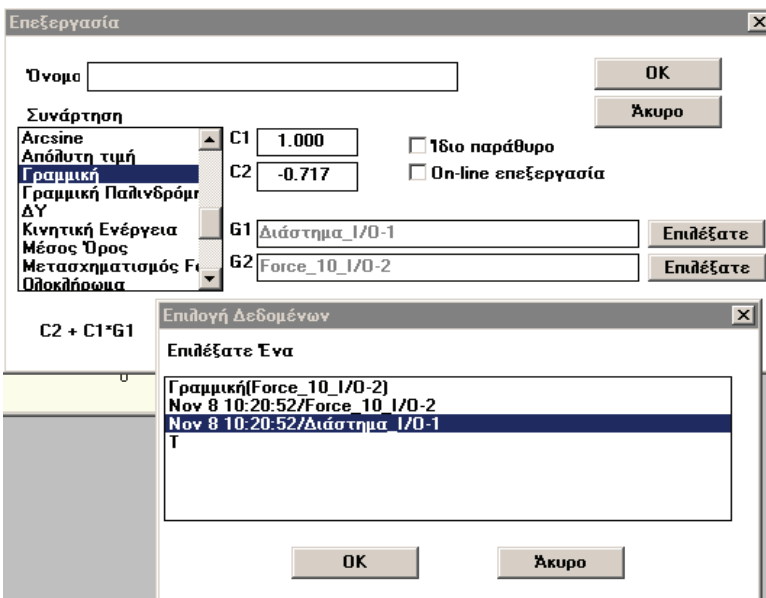
Εικόνα 11



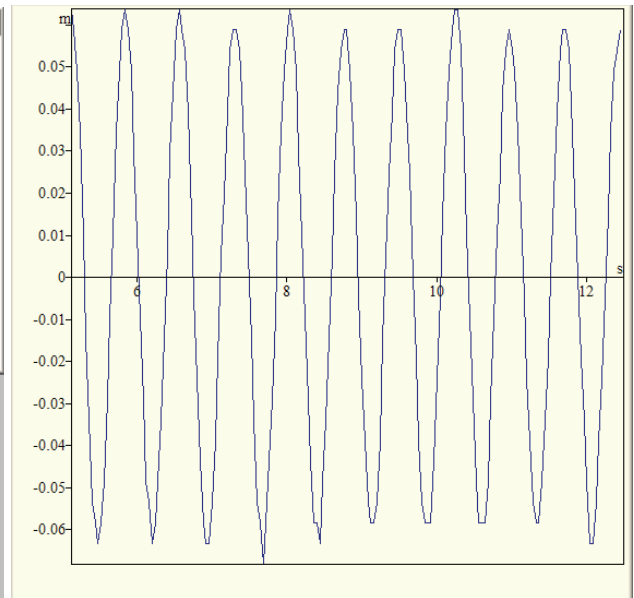
Εικόνα 12

ροπίας (στην εικόνα 6 είναι 1.545).

Από το μενού «ανάλυση» και το παράθυρο «περισσότερα» επιλέγουμε τη συνάρτηση «γραμμική». Στη G1 επιλέγουμε τη Force 10 και στην C2 βάζουμε την αντίθετη τιμή της



Εικόνα 13



Εικόνα 14

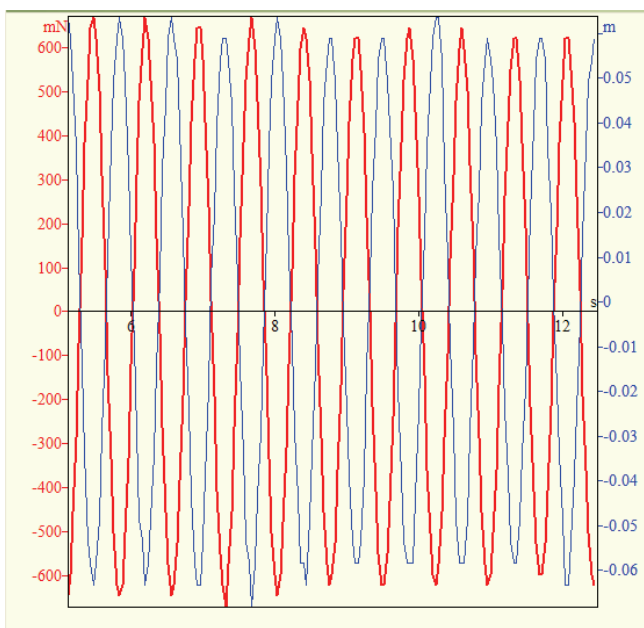
ένδειξης του αισθητήρα της δύναμης στη θέση ισορροπίας του συστήματος, δηλαδή κάνουμε παράλληλη μετατόπιση στη συνάρτηση ώστε η θέση ισορροπίας να συμπίπτει με το 0 (εικόνα 11)

Στην οθόνη εμφανίζεται η νέα γραφική παράσταση της συνισταμένης δύναμης της ταλάντωσης με το χρόνο (εικόνα 12). Την ίδια διαδικασία πραγματοποιούμε και για το διάστημα (εικόνα 13) όπου στη θέση C2 θέτουμε με αντίθετο πρόσημο την απόσταση του συστήματος στη θέση ισορροπίας του από τον αισθητήρα. Στην οθόνη εμφανίζεται η νέα γραφική παρά-

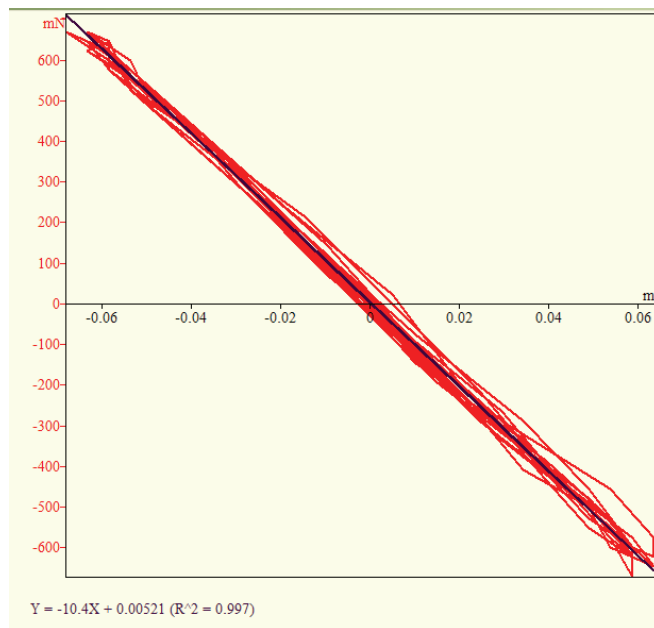
σταση της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας με το χρόνο (εικόνα 14).

Επειδή και οι δύο γραφικές παραστάσεις έχουν το ίδιο χρώμα μπορούμε να αλλάξουμε το χρώμα της μιας, με διαδικασία όπως αυτή που περιγράψαμε παραπάνω (εικόνα 7). Επιλέγουμε την $y=f(t)$ και από το μενού «επεξεργασία» επιλέγουμε «αντιγραφή». Επιλέγουμε την $F=f(t)$ και από το μενού «επεξεργασία» επιλέγουμε «επικόλληση». Οι δύο συναρτήσεις εμφανίζονται σε κοινούς άξονες (εικόνα 15)

13. Από το μενού «προβολή» επιλέγοντας την «απεικόνιση $Y(X) \rightarrow$ προκαθορισμένη» παίρνουμε τη σχέση της δύναμης του ελατηρίου με την απομάκρυνση από τον αισθητήρα.



Εικόνα 15

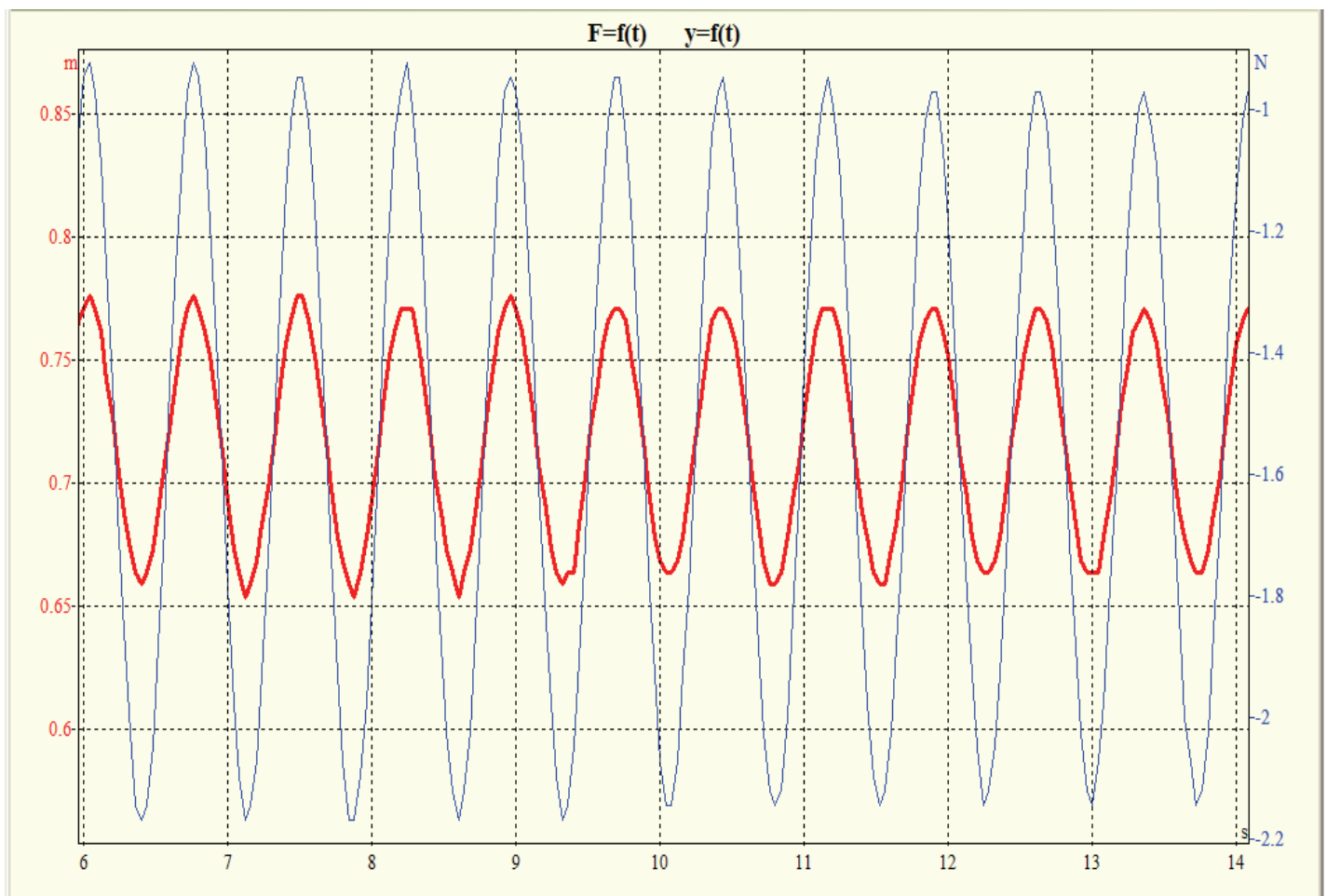
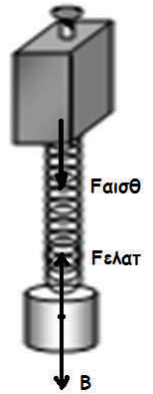


Εικόνα 16

14. Η κλίση της ευθείας δίνει τη τιμή της σταθεράς του ελατηρίου k , η οποία μπορεί να προσδιοριστεί ως εξής: από το μενού «ανάλυση» επιλέγουμε τη «γραμμική παλινδρόμηση». Στο παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγουμε «Force» και OK. Η σχέση της δύναμης με την απομάκρυνση προσεγγίζεται από την ευθεία η μορφή της οποίας καταγράφεται στο κάτω αριστερό άκρο της γραφικής παράστασης. Ο συντελεστής του X (στην εικόνα 16 είναι -10.4) δίνει την σταθερά k .
15. Συγκρίνουμε τη σταθερά αυτή του ελατηρίου με αυτήν που υπολόγισαν οι μαθητές από την επεξεργασία των μετρήσεων τους, όπως αυτές αναφέρονται στο φύλλο εργασίας τους. Η τυχόν απόκλιση μεταξύ των δυο τιμών, θα οφείλεται στη χάραξη της ευθείας $T^2 = f(m)$ που σχεδιάζεται από τους μαθητές κατ' εκτίμηση, λόγω του μικρού αριθμού δεδομένων.

Απαντήσεις των ερωτήσεων του φύλλου εργασίας των μαθητών

12. Από την φωτοτυπία, προσδιορίζουμε το πλάτος της ταλάντωσης:
Απάντηση: $(y_{max} - y_{min})/2$ π.χ. στην εικόνα της σελ.8 $(0,776 - 0,654)/2 = 0,06m$
13. Σχεδιάζουμε και ονομάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στον αισθητήρα και στο κυλινδρικό σώμα. Ποια η σχέση της δύναμης στον αισθητήρα με τη δύναμη του ελατηρίου στο σώμα; Πόσο είναι το βάρος του συστήματος σώμα – ελατήριο;
Απάντηση: $F_{\text{αισθ}} = -F_{\text{ελατ}}$ $B = F_{0\text{αισθ}}$ (στη θέση ισορροπίας) π.χ. στην εικόνα $B = 1,545N$
14. Μπορούμε να υπολογίσουμε από τη φωτοτυπία τη μέγιστη δύναμη του ελατηρίου και τη μέγιστη δύναμη της ταλάντωσης;
Απάντηση: $F_{\text{ελατ max}} = F_{\text{αισθ max}} = 2,167N$ και $F_{\text{ταλ max}} = F_{\text{ελατ max}} - B = 2,167 - 1,545 = 0,622N$



Λεπτομέρεια της εικόνας 6 για φωτοτυπία.